Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра вычислительной техники

Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Численные методы решения прикладных задач», 3 семестр

1. Методика оценки

Выполнение контрольной работы является формой текущей аттестации (контроля) по дисциплине, предусмотренной учебным планом.

Контрольная работа направлена на закрепление и проверку уровня владения учебным материалом по теоретическим темам и темам практических занятий, а также формирование навыков самостоятельного анализа численных методов и алгоритмов, обоснования выбора вычислительной схемы, оценки точности, устойчивости и эффективности программных реализаций при решении прикладных ИТ-задач.

Контрольная работа проводится по темам:

1. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (прямые и итерационные методы).
2. Численные методы решения нелинейных уравнений и систем.
3. Аппроксимация и интерполяция функций (многочлены, сплайны).
4. Численное дифференцирование и интегрирование.
5. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (явные и неявные схемы).
6. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений (метод конечных разностей, метод прогонки).
7. Устойчивость, сходимость и оценка погрешности численных методов.
8. Вычислительная сложность и оптимизация алгоритмов.

Номер индивидуального задания определяется по порядковому номеру фамилии студента в списке группы. Изменение варианта задания возможно только по согласованию с преподавателем.

Количество заданий достаточно для обеспечения, каждого обучающегося заданием контрольной работы.

Структура контрольной работы:

1. Титульный лист (см. приложение)
2. Введение (актуальность, цель, задачи).
3. Основная часть (задание контрольной работы).
4. Заключение (выводы и рекомендации).
5. Список литературы и источников.

Во введении кратко обосновывается актуальность выбранной темы (необходимость численного решения прикладных задач, ограниченность аналитических методов, роль вычислительных алгоритмов в ИТ-разработке), формулируются цель и задачи контрольной работы, даётся краткая характеристика степени изученности вопроса (обзор известных численных методов и областей их применения).

Основная часть – это развернутый и аргументированный ответ на задание контрольной работы. В зависимости от задания может включать:

- математическую постановку задачи;
- выбор и обоснование численного метода;
- описание алгоритма решения (блок-схема или псевдокод);

- пример реализации (фрагмент программного кода);
- анализ полученных результатов (точность, устойчивость, вычислительные затраты);
- сравнение с альтернативными подходами.

При необходимости основная часть может быть разбита на подразделы (например, 3.1. Постановка задачи, 3.2. Описание метода, 3.3. Результаты вычислительного эксперимента). Работа должна содержать обязательные ссылки на изученную литературу и интернет-источники, оформленные постранично в соответствии с библиографическими требованиями.

Заключение – общий вывод по результатам выполнения контрольной работы, оценка эффективности применённого метода, рекомендации по его использованию и возможным направлениям совершенствования.

Список литературы оформляется в соответствии с библиографическими требованиями в алфавитном порядке и включает от 3 до 5 источников (книг, статей разных авторов, интернет-источников, документов), которые были изучены при выполнении контрольной работы.

Рекомендуется излагать мысли по существу, кратко и логично.

Требования к оформлению:

Объем контрольной работы до 10 страниц машинописного текста формата А4. Шрифт Times New Roman, 12. Нумерация страниц сквозная, в нижней части листа по центру арабскими цифрами. Контрольная работа должна быть отредактирована, не содержать орфографических, синтаксических и стилевых ошибок.

Контрольная работа предоставляется для проверки в электронном виде в срок, установленный преподавателем. При положительном результате оценивания контрольной работы студент её распечатывает, передает на кафедру и защищает до сессии в назначенное преподавателем время. По результатам защиты студенту выставляется оценка в соответствии с критериями, приведенными в п. 2 настоящего Паспорта.

2. Критерии оценки результатов обучения, соотнесенных с уровнями освоения индикаторов достижения компетенций

Общие правила выставления оценок текущей аттестации определяются балльно-рейтинговой системой, установленной локальным актом НГТУ.

Контрольная работа выполнена **на продвинутом** уровне, если структура, содержание и оформление работы соответствует требованиям. Все части контрольной работы согласованы, текст логично выстроен и является авторским. Присутствуют ссылки на нормативные документы и актуальную литературу. Работа представлена для проверки в установленные сроки. Анализ каждого из разделов контрольной работы свидетельствует о том, что совокупность результатов ее выполнения и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций не содержит пробелов. Закрепленные за контрольной работой компетенции сформированы на продвинутом уровне. Оценка составляет *от 17 до 20 баллов*.

Контрольная работа выполнена **на базовом** уровне, если структура, содержание и оформление работы соответствует требованиям, но работа содержит единичные не принципиальные ошибки, исправленные после замечаний преподавателя. Все части контрольной работы согласованы, текст логично выстроен и является авторским. Присутствуют ссылки на нормативные документы и актуальную литературу. Работа представлена для проверки в установленные сроки. Анализ каждого из разделов контрольной работы свидетельствует о том, что совокупность результатов ее выполнения и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит несущественные

пробелы. Закрепленные за контрольной работой компетенции сформированы на базовом уровне. Оценка составляет *от 14 до 17 баллов*.

Контрольная работа выполнена **на пороговом** уровне, если структура, содержание и оформление работы соответствует требованиям, но работа содержит ошибки, неоднократно исправляемые после замечаний преподавателя. Части контрольной работы в целом согласованы. Присутствуют ссылки на нормативные документы и актуальную литературу. Работа представлена для проверки в установленные сроки. Анализ каждого из разделов контрольной работы свидетельствует о том, что совокупность результатов ее выполнения и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит пробелы. Закрепленные за контрольной работой компетенции сформированы на пороговом уровне. Оценка составляет *от 10 до 14 баллов*.

Контрольная работа считается **не выполненной,** если структура, содержание и оформление работы не соответствует требованиям, работа содержит существенные ошибки, не исправленные после замечаний преподавателя. Части контрольной работы не согласованы. Отсутствуют ссылки на нормативные документы и актуальную литературу. Работа не представлена для проверки в установленные сроки. Анализ каждого из разделов контрольной работы свидетельствует о том, что совокупность результатов ее выполнения и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций не содержит множество существенных пробелов. Закрепленные за контрольной работой компетенции не сформированы. Оценка составляет *от 0 до 9 баллов*.

3. Шкала оценки

Контрольная работа как форма текущей аттестации (контроля) по дисциплине считается успешно выполненной, если сумма полученных баллов по всем ее заданиям

В общей оценке по дисциплине баллы за выполнение контрольной работы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы и таблицей соответствия баллов, традиционной оценки и буквенной оценки ECTS, установленными в НГТУ.

4. Примерный перечень заданий (вариантов) контрольной работы

Вариант 1. Решение систем линейных алгебраических уравнений

Задана СЛАУ $Ax = b$ с трёхдиагональной матрицей размерности $n = 10$.

1. Решите систему методом Гаусса (с выбором главного элемента) и методом прогонки.
2. Сравните полученные решения, оцените погрешность.
3. Проанализируйте вычислительную сложность обоих методов.
4. Сделайте вывод о целесообразности применения каждого метода для данного класса задач.

Вариант 2. Решение нелинейных уравнений

Задано нелинейное уравнение $F(x) = 0$.

1. Отделите корни графически или аналитически.
2. Решите уравнение методом бисекции, методом Ньютона и методом простой итерации с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$.

3. Сравните количество итераций и скорость сходимости каждого метода.
4. Оцените влияние начального приближения на сходимость метода Ньютона и метода простой итерации.

Вариант 3. Интерполяция и аппроксимация функций

Задана табличная функция $y(x)$ в узлах $x_0, x_1, ..., x_n$.

1. Постройте интерполяционный многочлен Лагранжа и кубический сплайн.
2. Вычислите значения в промежуточных точках.
3. Сравните результаты, оцените погрешность интерполяции.
4. Проанализируйте явление Рунге и предложите способ его устранения.

Вариант 4. Численное интегрирование

Задан определённый интеграл $I = \int_a^b f(x)\,dx$.

1. Вычислите интеграл методами левых прямоугольников, правых прямоугольников, средних прямоугольников, трапеций и Симпсона с различными шагами.
2. Оцените погрешность каждого метода (априорно и апостериорно).
3. Постройте график зависимости погрешности от шага.
4. Определите, при каком шаге достигается требуемая точность ε, и обоснуйте выбор метода.

Вариант 5. Решение задачи Коши для ОДУ

Задача Коши: $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ на интервале $[x_0, X]$.

1. Решите задачу явным методом Эйлера, неявным методом Эйлера и методом Рунге—Кутты 4-го порядка с различными шагами.
2. Сравните численные решения с аналитическим (или эталонным) решением.
3. Проанализируйте устойчивость явного и неявного методов для жёстких задач.
4. Сформулируйте рекомендации по выбору метода в зависимости от свойств задачи.

Вариант 6. Решение краевой задачи для ОДУ

Краевая задача: $y'' = f(x, y, y')$, $y(a) = \alpha$, $y(b) = \beta$.

1. Постройте конечно-разностную схему, сведите задачу к СЛАУ.
2. Решите полученную СЛАУ методом прогонки.
3. Проведите численный эксперимент при различных N (количество узлов сетки).
4. Оцените сходимость и точность метода, сравните с аналитическим решением (если возможно).

Вариант 7. Анализ устойчивости и обусловленности

Задана матрица A с числом обусловленности cond(A).

1. Вычислите число обусловленности матрицы.
2. Исследуйте, как погрешность входных данных влияет на погрешность решения СЛАУ.
3. Предложите способ улучшения обусловленности (предобуславливание) и реализуйте его.
4. Сравните точность решения исходной и предобусловленной системы.

Вариант 8. Сравнительный анализ итерационных методов

Задана СЛАУ Ax = b с симметричной положительно определённой матрицей.

1. Решите систему методом Якоби, методом Зейделя и методом верхней релаксации (SOR).
2. Исследуйте скорость сходимости каждого метода в зависимости от параметра релаксации (для SOR).
3. Оцените вычислительные затраты каждого метода.
4. Сформулируйте критерии выбора метода для данного класса задач.

Вариант 9. Адаптивные алгоритмы численного интегрирования

Задан интеграл с особенностью или быстроосциллирующей подынтегральной функцией.

1. Реализуйте адаптивный алгоритм численного интегрирования с автоматическим выбором шага (на основе правила Рунге).
2. Сравните результаты с интегрированием по равномерной сетке.
3. Оцените эффективность адаптивного подхода (соотношение точность/затраты).
4. Предложите критерий автоматического выбора метода интегрирования в зависимости от свойств подынтегральной функции.

Вариант 10. Численное дифференцирование экспериментальных данных

Заданы экспериментальные данные y(x) с шумом.

1. Вычислите производную y'(x) с помощью конечно-разностных формул.
2. Исследуйте влияние шума на точность численного дифференцирования.
3. Предложите способ сглаживания данных перед дифференцированием (например, метод наименьших квадратов или регуляризация).
4. Сравните результаты дифференцирования исходных и сглаженных данных, сформулируйте рекомендации.